

## МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПЕРЕХОДА ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СВЕРХПРОВОДНИКА В КРИТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ

*Аннотация.* С помощью новой измерительной установки, в которой кольцевой сверхпроводящий образец взаимодействует только с магнитным полем собственного сверхпроводящего тока, впервые выявлены особенности реакции на него поликристаллического (керамического) высокотемпературного сверхпроводника.

*Ключевые слова:* керамические высокотемпературные сверхпроводники, кольцевой сверхпроводящий образец, собственное магнитное поле, джозефсоновская глубина проникновения, джозефсоновский критический ток, джозефсоновское критическое магнитное поле, модель Бина.

*Abstract.* Features of response for the sample of polycrystalline (ceramic) HTSC for the first time are revealed by means of new measuring device in which ring SC sample interacts only with magnetic field of self SC current.

*Keywords:* ceramic HTSC, HTSC ring, self-magnetic field, Josephson penetration depth, Josephson critical current, Josephson critical magnetic field, Bean model.

### Введение

Одной из основных исследовательских задач в области поликристаллических высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) является измерение критических параметров. К ним относятся плотность критического тока  $j_c^J$  (критический ток  $I_c^J$ ), их полевые и температурные зависимости, вольт-амперные характеристики (ВАХ), а также зависимости их от структуры и других свойств материала. Большое внимание уделяется моделям проникновения магнитного поля в ВТСП, а также метода измерений критических параметров.

Картина проникновения магнитного поля в сверхпроводник достаточно сложна и еще не до конца исследована. Исследованием ВТСП параметров с помощью различных методов занимались многие российские и зарубежные ученые. Так, например, исследование методом высокочастотного поглощения параметров ВТСП материалов, облученных быстрыми нейтронами реактора, рассмотрено в работе [3]. Также существует множество исследований моделей проникновения для различных сверхпроводящих материалов, таких как: трехмерная регулярная решетка наночастиц сверхпроводника [4],  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [5, 6],  $YBa_2Cu_2O_{7-x}$  [7],  $Y - Ba - Cu - O$  и  $Tl - Ba - Ca - Cu - O$  [8], высокотемпературная  $HgBaCaCuO$  керамика [9]. В данной работе мы рассматриваем керамический ВТСП  $Bi_2Ca_2Sr_2Cu_3O_y$ .

Для поликристаллического ВТСП обнаружено, что даже очень малое магнитное поле проникает в образец в виде вихрей и занимает весь приповерхностный слой толщиной равной джозефсоновской глубине проникновения  $\lambda_J$ . В этом же слое протекает СП ток, экранирующий магнитное поле от его проникновения на большую глубину. И пока внешнее поле находится в диапазоне  $0 < B < B_{c1}^J$  ( $B_{c1}^J$  – первое критическое джозефсоновское маг-

нитное поле), магнитные вихри и экранирующий их ток с плотностью меньшей первой критической джозефсоновской плотности тока ( $j < j_{c1}^J$ ) остаются в пределах слоя  $\lambda_J$ . При  $B_{c2}^J > B > B_{c1}^J$  и  $j_{c2}^J > j > j_{c1}^J$  магнитные вихри и экранирующий их СП ток из слоя  $\lambda_J$  распространяются в глубь образца ( $j_{c2}^J$  и  $B_{c2}^J$  – вторые критические джозефсоновские плотность тока и магнитное поле). А при достижении значений  $j_{c2}^J$  и  $B_{c2}^J$ , т.е. максимальных тока и проникновения магнитного поля, ВТСП приходит в критическое состояние. Сколь угодно малый прирост тока или поля переводят образец в частично резистивное состояние.

Также на основании модели Бина для поликристаллического ВТСП найдены новые эмпирические соотношения, связывающие между собой джозефсоновскую глубину проникновения, первый и второй критические токи ВТСП кольца ( $I_{c1}^J$ ,  $I_{c2}^J$ ), индуктивность ( $L$ ) и ее зависимость от величины СП тока, первое и второе критические джозефсоновские поля ( $B_{c1}^J$ ,  $B_{c2}^J$ ) путем введения внутрь кольца магнитного потока, создаваемого соленоидом.

Такое поведение хорошо объясняется с помощью индуктивного бесконтактного метода и устройства для измерения критического тока керамического ВТСП кольца типа  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ , [10].

### 1. Бесконтактный метод и устройство для измерения критического тока ВТСП кольца и других его характеристик, экспериментальная кривая $U_H(i)$

На длинный соленоид с датчиком Холла внутри него надевается ВТСП кольцо так, чтобы датчик находился в центре кольца. После охлаждения соленоида с кольцом до температуры 77 К в соленоид подается ток  $i$  и с помощью датчика Холла измеряется зависимость  $B(i)$  магнитного поля в центре кольца от тока  $i$  путем построения кривой  $U_H(i) = k_H B(i)$ , где  $U_H$  – напряжение, снимаемое с датчика Холла,  $k$  – чувствительность датчика.

Типичная экспериментальная гистерезисная кривая  $U_H(i)$  для кольца  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ , полученная при изменении тока  $i$  от 0 до  $i_3$  и назад до 0 с постоянной, малой скоростью  $v = di/dt$ , представлена на рис. 1. Скорость  $v$  такова, что ее уменьшение в несколько раз не приводит к заметным изменениям кривой  $U_H(i)$

Ход кривой можно описать следующим образом. По мере увеличения тока соленоида возрастает создаваемое им магнитное поле и соответствующий ему поток магнитной индукции  $\Phi(i)$ , пронизывающий кольцо. В силу закона сохранения магнитного потока в кольце возникает экранирующий СП ток  $I$  такой, чтобы суммарный поток через кольцо оставался равным начальному, т.е. нулю. При этом для абсолютных значений потоков выполняется равенство

$$\Phi(I) = \Phi(i), \quad (1)$$

где  $\Phi(I) = LI$  – магнитный поток через кольцо от его собственного СП тока кольца  $I$ , а  $\Phi(i) = \mu_0 n i S$  ( $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $n$  – число витков соленоида на единице длины,  $S$  – площадь отверстия кольца). Для

$\Delta U_H(i) = U_0(i) - U(i) = k_H B(I)$ , где  $B(I)$  – магнитное поле от тока  $I$  в центре кольца (на датчике Холла).

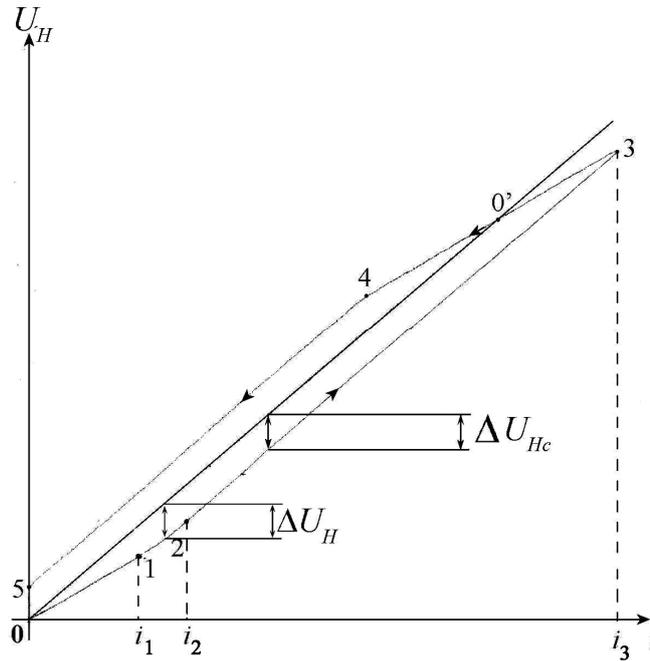


Рис. 1. Зависимость напряжения  $U_H$  на датчике Холла от тока соленоида:

- 1 ( $i_1$ ) – точка (соответствующий ток соленоида), которой заканчивается первый линейный участок кривой 0–1; 2 ( $i_2$ ) – точка (и соответствующий ток соленоида), с которой начинается второй линейный участок 2–3;
- прямая 0–0' – зависимость  $U_0(i)$  в отсутствие ВТСП кольца,
- $\Delta U_{Hc}$  – расстояние между прямыми 2–3 и  $U_0(i)$

Перпендикулярная составляющая магнитного поля тонкого кольца кругового сечения с равномерно распределенным током  $I$  в плоскости кольца может быть определена соотношениями [11]:

$$B(l, I) = F(l)I; \quad (2)$$

$$F(l) = \mu_0 [K(k)/(R+l) + E(k)/(R-l)]/2\pi, \quad (3)$$

где  $k = 2\sqrt{Rl}/(R+l)$ ;  $K(k)$ ,  $E(k)$  – полные эллиптические интегралы II, I рода;  $R$  – средний радиус кольца;  $l$  – расстояние от центра кольца до данной точки в его плоскости – может изменяться в пределах  $0 \leq l \leq R - d/2$ ,  $l \geq R + d/2$ ,  $d$  – диаметр сечения кольца.

При  $l = 0$  формулы (2), (3) дают магнитное поле в центре кольца, т.е. на датчике Холла:

$$B(0, I) = F(0)I. \quad (4)$$

С помощью (1) можно получить

$$\Delta U_H(i) = k_H B(I) = k_H F I = i \mu_0 k_H n S F / L, \quad (5)$$

где  $F$  – коэффициент, зависящий от его конфигурации и размеров. Формула (5) описывает линейный участок 0–1 (рис. 1), на котором выполняется (1).

В соответствии с (1) и (5) после т. 1 (рис. 1)  $U_H(i)$  должна быть прямой, являющейся продолжением отрезка 0–1.

В действительности, как показывает эксперимент, на участке 2–3  $U_H(i)$  строго параллельна прямой  $U_0(i)$ , что соответствует неизменному, максимально возможному, критическому току ВТСП кольца  $I_{c2}^J = \Delta U_H(i) / k_H F$ . Ток  $I_{c2}^J$  не зависит от магнитного поля, создаваемого соленоидом и пронизывающего отверстие кольца.

Коэффициент пропорциональности между  $I_{c2}^J$  и  $\Delta U_H(i)$  может быть найден расчетным путем. Для этого перед измерением на кольцо наносится (ультразвуковой пайкой специальным припоем на основе индия) четыре контакта с короткими проводами. Затем измеряются  $\Delta U_H(i)$  кольца и критический ток  $I_{c2}^J$ . В результате определяется коэффициент  $k' = I_{c2}^J / \Delta U_H(i)$  путем усреднения коэффициентов, найденных таким же способом для многих одинаковых по форме колец.

Было установлено, что в случае очень тонких колец квадратного сечения экспериментальные  $k'$  и теоретические  $k$  отличаются существенно: на 20–25%. В то же время для очень тонких колец квадратного сечения с  $d = R_2 - R_1 \ll R_1$   $k'$  и  $k$  отличаются на 5–8%. В эксперименте использовались кольца с  $d = 1,5$  mm,  $R_1 = 20$  mm. Этот факт объясняется неточностью формул (2)–(4) [12].

С помощью кривой  $\Delta U_H(i)$  можно вычислить величину первого критического джозефсоновского магнитного поля  $B_{c1}^J$ , создаваемого на внутренней (со стороны оси) поверхности кольца в случае тонкого кольца кругового сечения (физический смысл  $B_{c1}^J$  рассмотрен далее). При расчете принимается, что ток, протекающий в приповерхностном слое кольца толщиной  $\lambda_J$ , можно заменить эквивалентным, протекающим вдоль средней линии. В этом случае магнитное поле на поверхности кольца с его внутренней стороны определяется формулами (2), (3) при  $l = R - d/2$  ( $d$  – диаметр сечения кольца). Тогда получим

$$B_{c1}^J = F(R - d/2) I_{c1}^J = \frac{F(R - d/2)}{F(0)} \cdot \frac{\Delta U_H(i_1)}{k_H}; \quad (6)$$

$$B_{c2}^J = F(R - d/2) I_{c2}^J = \frac{F(R - d/2)}{F(0)} \cdot \frac{\Delta U_H(i_2)}{k_H} \quad (7)$$

Формула (6) с хорошей точностью верна также и для тонких колец прямоугольного сечения. Для вычисления  $B_{c1}^J$  в случае колец произвольной формы необходим расчет функции  $F(l)$  с учетом распределения критического тока по объему кольца.

Из вышесказанного следует, что индуктивность ВТСП кольца зависит от СП тока, протекающего по нему. В рамках модели Бина зависимость ин-

дуктивности ВТСП кольца от этого СП тока связана с проникновением собственного поля кольца в его объем по мере увеличения СП тока.

Участок 1–2 кривой  $U_H(i)$  (рис. 1) позволяет экспериментально получить зависимость  $L(I)$  и, в частности, найти два характерных значения индуктивности  $L_1 = L(I_{c1}^J)$ ,  $L_2 = L(I_{c2}^J)$ . На основании (5) для кольца кругового сечения получаем

$$L = \mu_0 k_H n S F(0) \cdot i / \Delta U_H(i). \quad (8)$$

Подставляя в (8) измеренные значения  $i_1 / \Delta U_H(i_1)$  и  $i_2 / \Delta U_H(i_2)$ , можно определить соответствующие  $L_1$  и  $L_2$ . Зная расчетную величину  $F(0)$ , для каждого тока соленоида  $i$  с помощью формул (5) и (8) можно вычислить соответствующий кольцевой СП ток  $I$  и сопоставить ему соответствующее значение индуктивности  $L(I)$ .

Следует отметить, что не сложно рассчитать магнитное поле от кольца произвольного прямоугольного сечения при равномерном распределении по нему СП тока, определить  $F(0)$  и в результате найти  $L(I)$ .

Однако в действительности СП ток распределен неоднородно, а формулы распределения, выведенные на основе тех или иных представлений о протекании СП тока, близкого к критическому, получены для колец лишь определенной формы (тонкого цилиндрического, узкого плоского) [13, 14].

В заключение приведем формулу для  $F(0)$ , необходимую для более точных расчетов. Формула выведена для случая протекания тока в приповерхностном слое кольца произвольной прямоугольной формы при равномерном заполнении током этого слоя:

$$F(0) = F_{R_1, R_2, h}(0) = \frac{\mu_0}{2(R_2 - R_1 + h)} \left[ \frac{h/2 + R_1}{f(R_1)} + \frac{h/2 - R_2}{f(R_2)} + \ln \frac{R_2 + f(R_2)}{R_1 + f(R_1)} \right], \quad (9)$$

где  $f(x) = \sqrt{x^2 + (h/2)^2}$ ;  $R_2, R_1$  – наружный, внутренний радиусы кольца;  $h$  – высота кольца.

## **2. Свойства вещества и физические явления, объясняющие ход экспериментальной кривой $U_H(i)$**

Керамические ВТСП являются жесткими сверхпроводниками II рода. Проникновение магнитного поля в подобные сверхпроводники описывается в модели Бина [15].

Согласно модели Бина при токе соленоида  $0 < i < i_1$  (линейный участок 0–1 на рис. 1) СП ток кольца протекает только в приповерхностном слое толщиной  $\lambda_J$  (в случае поликристаллического ВТСП). При этом создаваемое им магнитное поле охватывает кольцо снаружи и лишь на глубину  $\lambda_J$ , проникает в его объем. Индуктивность кольца  $L$  в этом диапазоне токов остается постоянной. Она соответствует потоку собственного магнитного поля через внутренний круг кольца диаметром  $D = 2R - d/2$  и через приповерхностный слой кольца толщиной  $\lambda_J$ . При токе  $i = i_1$  собственное магнитное поле на внутренней (со стороны его оси) поверхности кольца сравнивается с первым критическим джозефсоновским полем  $B_{c1}^J$ , т.е. таким, при котором из слоя

$\lambda_J$  поле вместе с СП током начинает распространяться в глубь ВТСП. При этом на основании (2)–(5)

$$B_{c1}^J = B(R - d/2, I(i_1)) = F(R - d/2) \cdot \Delta U_H(i_1) / F(0)k_H. \quad (10)$$

Таким образом, при токе соленоида  $i_1$  (т. 1 на рис. 1) начинается проникновение собственного магнитного поля из приповерхностного слоя уже в виде абрикосовских вихрей в объем кольца. Формула (10) позволяет вычислить  $B_{c1}^J$  с помощью измерения  $\Delta U_H(i_1)$ .

Одновременно с достижением на поверхности кольца  $B = B_{c1}^J$  СП ток, протекающий в слое толщиной  $\lambda_J$ , достигает первого критического значения  $I_{c1}^J$ . При дальнейшем своем росте распространяется в глубь кольца. Поскольку току кольца соответствует ток соленоида  $i_1$ , то выполняется соотношение  $I_{c1}^J = k_J i_1$  (из (1)).

При токе соленоида  $i_1 < i < i_2$  (участок 1–2 на рис. 1) СП ток вместе с порожденным им собственным магнитным полем в виде абрикосовских вихрей все глубже проникает в объем кольца, и при токе  $i_2$  их совместное проникновение достигает максимума. При этом СП ток достигает максимально возможного – второго критического значения  $I_{c2}^J$ , а индуктивность кольца – максимальной величины  $L_2$ .

Сказанное можно проиллюстрировать формулой для индуктивности [16] плоского узкого кольца, который находится в однородном внешнем магнитном поле  $B_e$ , перпендикулярном плоскости кольца (а также в собственном магнитном поле):

$$L = \mu_0 R \left( \ln \frac{8R'}{d'} - c \right), \quad (11)$$

где  $R' = (R_1 + R_2)/2$  – средний радиус плоского кольца;  $d' = R_2 - R_1$  – ширина кольца. В этой формуле  $c = 0,0614$  при  $B_e = 0$  и  $c = 0,5$  при  $B_e \geq B_{c1}^J$ .

Формула (11) подтверждает факт роста индуктивности кольца при проникновении в него внешнего магнитного поля. Отметим также, что в случае тонкого кольца круглого сечения при  $I < I_{c1}^J$  в формуле (11)  $c = 2$  [17].

Следует отметить, что вышеприведенное качественное объяснение поведения кривой  $U_H(i)$ , основанное на модели Бина [15], относится только к участку кривой 0–1–2.

### 3. Эмпирическое соотношение между СП параметрами поликристаллического ВТСП и джозефсоновской глубиной проникновения

Джозефсоновская глубина проникновения  $\lambda_J$  описывает проникновение магнитного поля для сверхпроводников II рода, к которым относятся поликристаллические ВТСП. У низкотемпературных сверхпроводников тонкий приповерхностный слой, по которому протекает СП ток, который экранирует магнитное поле и в который проникает это магнитное поле, называется лон-

доновской глубиной проникновения  $\lambda_L$  (см., например, [2]). Этот параметр характерен также для ВТСП монокристаллов, кристаллитов и тонких эпитаксиальных пленок.

У поликристаллических ВТСП приповерхностный слой (джозефсоновская глубина проникновения  $\lambda_J$ ) с экранирующим СП током значительно толще, чем у монокристаллов:

$$\lambda_J \gg \lambda_L. \quad (12)$$

Причиной этого является специфика строения поликристаллического ВТСП. Он состоит из кристаллитов, близких по СП свойствам к монокристаллам, и соединяющих их слабых связей. Их еще называют джозефсоновскими, а сами поликристаллические ВТСП – трехмерными джозефсоновскими средами [1].

Материал слабой связи, хоть и является сверхпроводящим, но имеет значительно меньшие, по сравнению с монокристаллами (кристаллитами), значения плотности критического тока и критического поля. Поэтому плотность транспортного критического тока у поликристаллических ВТСП также значительно меньше плотности критического тока монокристалла. Это, очевидно, и является причиной неравенства (12). Потому что при одном и том же внешнем поле для поликристаллического ВТСП требуется значительно более толстый приповерхностный слой для достижения экранирующего приповерхностного СП тока, равного приповерхностному экранирующему току монокристалла.

В данном разделе на основании экспериментальных данных, полученных с помощью измерения кривых  $U_H(i)$ , определяются эмпирические соотношения. Они связывают между собой важные для поликристаллических ВТСП параметры. Ими являются плотности первого  $j_{c1}^J$  и второго  $j_{c2}^J$  критических токов, первое  $B_{c1}^J$  и второе  $B_{c2}^J$  критические джозефсоновские магнитные поля и джозефсоновская глубина проникновения  $\lambda_J$ .

Эта глубина не меняется до тех пор, пока плотность тока в слое  $\lambda_J$  не достигнет критического значения  $j_{c1}^J$ . Отметим, что на участке 0–1 в слой  $\lambda_J$  уже проникло собственное (от СП тока) магнитное поле.

Докажем постоянство толщины приповерхностного слоя  $\lambda_J$  с помощью наших экспериментов.

Линейность участка 0–1 кривой  $U_H(i)$  (рис. 1) с точки зрения модели Бина может быть объяснена следующим образом.

Изначально (при сколь угодно малом токе соленоида и сколь угодно малом магнитном поле, пронизывающем отверстие кольца) в кольце возникает экранирующий СП ток, распределенный в приповерхностном слое  $\lambda_J$ . Величина  $\lambda_J$  определяется свойствами данного поликристаллического ВТСП.

С ростом тока соленоида, т.е. пронизывающего кольцо собственного магнитного поля, увеличивается и экранирующий СП ток, оставаясь, однако, все в том же приповерхностном слое той же глубины  $\lambda_J$ .

Очевидным доказательством этому служит явная линейность участка 0–1 кривой  $U_H(i)$ . Как следует из (9), (10) и проведенных экспериментов (рис. 2), величина  $\Delta U_H(i)$  линейно зависит от  $i$ . При этом в (10) входит только одна характеристика, которая также может зависеть от  $i$ . Это коэффициент самоиндукции (индуктивность)  $L$  ВТСП кольца.

Известно (и это легко показать), что коэффициент самоиндукции  $L$  кольца с током существенно зависит от проникновения в его отверстие и в его объем собственного магнитного поля, а поэтому и от распределения тока по объему кольца. Если бы с ростом пронизывающего кольцо потока экранирующий СП ток занимал все большие и большие толщины, т.е. уходил бы в глубь кольца, то индуктивность  $L$  возрастала бы с ростом  $i$ , а  $\Delta U_H(i)$  отклонялась бы от линейной зависимости от  $i$ .

Однако строгая линейность участка 0–1 (рис. 1) (этот факт проверен на многих десятках экспериментальных кривых, построенных для поликристаллических ВТСП колец разных составов) однозначно доказывает, что на этом участке экранирующий СП ток протекает в слое строго определенной глубины, равной  $\lambda_J$ .

В противном случае по мере выхода СП тока из этого слоя при его увеличении индуктивность возрастала бы, а участок 0–1 не был бы линейным.

По достижении т. 1 (рис. 1) СП ток  $I$  вырастает до первого критического значения  $I_{c1}^J$ , при котором его плотность  $j_{c1}^J$  достигает критической плотности тока, характерной для мейсснеровского [18] состояния данного поликристаллического ВТСП. В т. 1 (рис. 1) слой  $\lambda_J$  занят током с максимальной возможной плотностью, а также соответствующим для данного состояния собственным максимальным (критическим) магнитным полем  $B_{c1}^J$ .

Затем СП ток начинает (с тем, чтобы  $j$  не превысила  $j_{c1}^J$ ) распространяться в глубь кольца, а вместе с ним и собственное магнитное поле, уже в виде абрикосовских вихрей (которые по мере проникновения из слоя  $\lambda_J$  вглубь закрепляются на центрах пиннинга).

Поэтому на участке 1–2 индуктивность  $L$  увеличивается с ростом  $i$ , а кривая  $U_H(i)$  идет вверх, образуя нелинейный участок 1–2.

В т. 2 экранирующий СП ток  $I$  достигает второго критического значения  $I_{c2}^J$ , протекая теперь уже по всему объему (поперечному сечению) кольца. Абрикосовские вихри при этом с максимальной плотностью также занимают весь объем кольца. При таком состоянии сверхпроводника, как известно [18], достигается максимальный транспортный ток  $I_{c2}^J$  и максимальная плотность критического тока  $j_{c2}^J$ , характерная для сверхпроводников второго рода. Собственное магнитное поле внутри кольца достигает при этом значения  $B_{c2}^J$ .

Известно (см., например, [18]), что  $j_{c2}^J > j_{c1}^J$ , так как  $j_{c2}^J$  соответствует транспортному СП току сверхпроводника в критическом состоянии при максимальном заполнении объема абрикосовскими вихрями, закрепленными на центрах пиннинга, а  $j_{c1}^J$  соответствует приповерхностному СП току мейссне-

ровского состояния. При этом большой интерес вызывает количественное соотношение между этими плотностями токов, так как оно для данного сверхпроводника связано с механизмом сверхпроводимости в нем и с механизмом установления критического состояния.

В нашей постановке эксперимента вводимое в ВТСП кольцо магнитное поле (поток), непосредственно не воздействует на материал кольца. Поэтому дальнейшее (свыше  $i_2$ ) увеличение тока соленоида, т.е. пронизывающего отверстие кольца магнитного поля, не приводит к увеличению экранирующего тока, достигшего максимально возможной величины  $I_{c2}^J$ .

Наши бесконтактные эксперименты и соответствующие измерения позволяют установить соотношения между  $j_{c1}^J$ ,  $j_{c2}^J$ ,  $B_{c1}^J$ ,  $B_{c2}^J$  и  $\lambda_J$  для различных типов ВТСП, а кроме того, определить эти величины.

Рассмотрим эксперименты с реальными кольцами прямоугольного сечения из поликристаллического ВТСП  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ .

Для кольцевого тока, соответствующего т. 1 кривой  $U_H(i)$ , имеем

$$I_{c1}^J = j_{c1}^J S_1, \quad (13)$$

где  $S_1 = 2(R_2 - R_1 + h)\lambda_J$  – площадь сечения приповерхностного слоя толщиной  $\lambda_J$ ;  $h$  – высота кольца;  $R_1$  и  $R_2$  – внутренний и наружный радиусы кольца;  $j_{c1}^J$  – плотность критического тока в приповерхностном слое, при превышении которой начинается продвижение СП тока и собственного магнитного поля из приповерхностного слоя в глубь кольца.

В т. 2 (и во всех последующих точках участка 2–3) кольцевой СП ток  $I_{c2}^J$  вместе с собственным полем занимает весь объем кольца, и с учетом предполагаемой равномерности распределения можно записать

$$I_{c2}^J = j_{c2}^J S_2, \quad (14)$$

где  $S_2 = (R_2 - R_1)h$  – площадь сечения кольца.

Измерение  $U_H(i_1)$  и  $U_H(i_2)$  позволяет с помощью (5) вычислить токи

$$I_{c1}^J = \Delta U_H(i_1) / k_H F(0); \quad (15)$$

$$I_{c2}^J = \Delta U_H(i_2) / k_H F(0) = \Delta U_{Hc} / k_H F(0). \quad (16)$$

Вычисляя отношение  $I_{c1}^J$  и  $I_{c2}^J$  и используя (15), (16) находим

$$\lambda_J = \frac{j_{c2}^J}{j_{c1}^J} \cdot \frac{\Delta U_H(i_1)}{\Delta U_H(i_2)} \cdot \frac{(R_2 - R_1)h}{2(R_2 - R_1 + h)}. \quad (17)$$

Экспериментальные кривые  $U_H(i)$  были построены для серии колец «свидетелей» одинаковых размеров и из одного и того же поликристаллического ВТСП  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ . Были найдены средние по серии значения величин  $\Delta U_H(i_1)$  и  $\Delta U_H(i_2)$  и вычислено их отношение:

$$\frac{\Delta U_H(i_1)}{\Delta U_H(i_2)} = 0,55. \quad (18)$$

Подставим это отношение и размеры колец в (17) и получим формулу, связывающую глубину приповерхностного слоя и плотности первого и второго критических токов для поликристаллического ВТСП  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ :

$$\lambda_J = 0,15 \frac{j_{c2}^J}{j_{c1}^J} \text{ mm.} \quad (19)$$

Выведем формулу для  $\lambda_J$  в случае тонкого кольца кругового сечения диаметром  $d$ . Повторяя предыдущие выкладки для тонкого кольца, найдем

$$\lambda_J = \frac{j_{c2}^J}{j_{c1}^J} \cdot \frac{\Delta U_H(i_1)}{\Delta U_H(i_2)} \cdot \frac{d}{4}. \quad (20)$$

Многочисленные измерения тонких ( $d \ll R$ ,  $R$  – средний радиус,  $d \approx 1,5 \text{ mm}$ ) ВТСП колец кругового сечения дали отношение

$$\frac{\Delta U_H(i_1)}{\Delta U_H(i_2)} = 0,3 \div 0,4. \quad (21)$$

Поэтому для таких тонких колец имеем

$$\lambda_J \approx 0,13 \frac{j_{c2}^J}{j_{c1}^J} \text{ mm.} \quad (22)$$

Соотношения (20) и (22) почти совпадают и отражают некоторое специфическое свойство поликристаллического ВТСП  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ , связанное с взаимодействием его вещества с магнитным полем. Эти соотношения устанавливают принципиальную связь между максимальной плотностью критического тока  $j_{c2}^J$  (для всего сечения ВТСП образца в критическом состоянии, при полном проникновении и пиннинговании вихрей собственного магнитного поля), с критической плотностью тока  $j_{c1}^J$  (при ее равномерном распределении в приповерхностном слое) и толщиной того слоя  $\lambda_J$ .

Для приближенной оценки  $\lambda_J$  поликристаллического ВТСП  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ , допустим, что джозефсоновская глубина проникновения  $\lambda_J$  состоит из четырех гранулярных слоев и  $\lambda_J \approx 4a$ .

При среднем размере гранулы  $a \approx 150 \text{ nm}$  поликристаллического ВТСП типа  $\text{Bi}_2\text{Ca}_2\text{Sr}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$  имеем  $\lambda_J \sim 0,6 \text{ mm}$  и  $j_{c2}^J \sim (5 \div 10) j_{c1}^J$ .

Этот результат носит приближенный, оценочный характер, однако соответствует общефизическим представлениям о максимальной СП тока при критическом состоянии жесткого СП второго рода и подтверждает расчет.

Следует отметить, что у низкотемпературных жестких СП второго рода  $j_{c2}^J$  значительно более превосходит  $j_{c1}^J$ , но при этом глубина равна лондонской  $\lambda_L \sim 10^{-7} \text{ mm}$  [18].

Полученное же соотношение относится к новому классу керамических (поликристаллических) сверхпроводников, для которых, как уже отмечалось, в силу слабых межгранулярных связей глубина проникновения оказывается на много порядков больше и по порядку величины равна толщине слоя из не-

скольких гранулярных слоев. Этим можно объяснить не очень большое превышение  $j_{c2}^J$  значения  $j_{c1}^J$ .

Развитая в данной работе методика, основанная на построении кривых  $U_H(i)$ , позволяет с помощью нахождения  $I_{c2}^J$  вычислить  $j_{c2}^J$  с помощью соотношения (14). В то же время для вычисления  $j_{c1}^J$  на основании  $I_{c1}^J$  необходимо знание величины  $\lambda_J$ , которая определяет площадь поперечного сечения приповерхностного слоя.

На основании найденного экспериментально значения  $j_{c2}^J = 514 \text{ A/cm}^2$  можно получить формулу, связывающую  $j_{c1}^J$  и  $\lambda_J$ . Подставляя значение  $j_{c2}^J$  в (22), получим

$$\lambda_J \approx 67 \frac{1}{j_{c1}^J} \text{ mm}, \quad (23)$$

где  $j_{c1}^J$  имеет размерность  $\text{A/cm}^2$ . Эта формула позволяет оценивать  $j_{c1}^J$  при известном  $\lambda_J$ .

Воспользуемся формулами (6), (7) и (15), (16) и найдем соотношение

$$\frac{B_{c1}^J}{B_{c2}^J} = \frac{\Delta U_H(i_2)}{\Delta U_H(i_1)} = \frac{I_{c2}^J}{I_{c1}^J}, \quad (24)$$

которое может оказаться очень полезным при определении входящих в него критических СП параметров.

Для повышения точности полученных эмпирических соотношений следует, во-первых, повысить точность измерения магнитного поля и перейти к цифровой, компьютеризованной аппаратуре; во-вторых, что представляется более важным, следует учесть неравномерность распределения СП тока по объему образца, а именно заметное превышение плотности тока в наружных слоях кольца плотности тока в его центре. Имеющиеся в настоящее время в литературе данные по радиальному распределению плотности тока для колец простейших конфигураций в нашем случае можно использовать только для грубых оценок, так как все они соответствует случаю размещения кольца во внешнем однородном магнитном поле. В нашем же случае кольцо находится под действием только собственного магнитного поля, существенно отличающегося от однородного.

В ближайших исследованиях будет проверен обоснованный в настоящее время теоретически способ измерения радиального распределения  $j(r)$  плотности СП тока (протекающего по кольцу и находящегося в собственном магнитном поле). В данном разделе используется функция  $F(x)$  (см. (3)), вычисленная при  $j = \text{const}$ . При известной функции  $j(r)$  и при ее учете изменится функция  $F(x)$  и все формулы, связанные с ней. Формулы (13) и (14) необходимо будет заменить интегралами

$$I_{c1,c2}^J = \int j_{c1,c2}^J dS. \quad (25)$$

### Заключение

В заключение отметим, что найденные приближенные соотношения между  $\lambda_J$  и  $J_{c2}^J$ ,  $J_{c1}^J$  и возможность их уточнения дают хорошую перспективу для проверки и построения тех или иных теоретических моделей проникновения и взаимодействия собственного магнитного поля с веществом поликристаллического ВТСП

### Список литературы

1. **Белодедов, М. В.** О проникновении магнитного поля в гранулированный сверхпроводник / М. В. Белодедов, С. В. Черных // Журнал технической физики. – 2003. – Т. 73. – Вып. 2. – С. 75–80.
2. **Шмидт, В. В.** Введение в физику сверхпроводников / В. В. Шмидт. – М. : МЦНМО, 2000. – 393 с.
3. **Конаплева, Р. Ф.** Исследование методом высокочастотного поглощения параметров ВТСП материалов, облученных быстрыми нейтронами реактора / Р. Ф. Конаплева, В. С. Чащин // Физика твердого тела. – 1997. – Т. 39. – № 1. – С. 28–34.
4. **Романов, С. Г.** Проникновение магнитного поля в трехмерную регулярную решетку наночастиц сверхпроводника / С. Г. Романов // Письма в ЖЭТФ. – 1994. – Т. 59. – Вып. 11. – С. 778–782.
5. **Кузьмичев, Н. Д.** Проникновение магнитного поля в систему слабых связей гранулярного сверхпроводника  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  / Н. Д. Кузьмичев // Физика твердого тела. – 2001. – Т. 43. – Вып. 11. – С. 1934–1938.
6. **Аржавитин, В. М.** Процесс проникновения магнитного поля в ВТСП  $YBa_2Cu_3O_{7-8}$  / В. М. Аржавитин, Н. Н. Ефимова, М. Б. Устименкова, В. А. Финкель // Физика твердого тела. – 2000. – Т. 42. – Вып. 8. – С. 1361–1364.
7. **Деревянко, В. В.** Влияние внешнего магнитного поля и захваченного магнитного потока на вольт-амперные характеристики гранулярного ВТСП  $YBa_2Cu_3O_{7-8}$  / В. В. Деревянко, Т. В. Сухарева, В. А. Финкель // Физика твердого тела. – 2006. – Т. 48. – № 8. – С. 1374–1380.
8. **Шугилебин, И. М.** Проникновение магнитного потока в сверхпроводники  $Y - Ba - Cu - O$  и  $Tl - Ba - Ca - Cu - O$  / И. М. Шугилебин // Известия Рос. АН. – 1993. – Т. 57. – № 11. – С. 178–182. – (Серия физическая).
9. **Таренков, В. Ю.** Критические параметры высокотемпературной  $HgBaCaCuO$  керамики  $T_c = 133K$ : эффекты магнитного поля и давления / В. Ю. Таренков, А. В. Абалешев, А. И. Дьяченко, Р. В. Луцев, Ю. Н. Мясоедов // Физика низких температур. – 1996. – Т. 22. – № 6. – С. 609–612.
10. Патент Российского Агентства по патентам и товарным знакам РФ на изобретение № 2244317. Способ бесконтактного измерения тока ВТСП и устройство для его реализации / Буев А. Р. – 02.12.2002; Бюл. № 1. – 2005.
11. **Батыгин, В. В.** Сборник задач по электродинамике / В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. – М. : Наука, ГИФМЛ, 1962. – 480 с.
12. **Буев, А. Р.** Исследование высокотемпературной сверхпроводимости с помощью нового бесконтактного метода / А. Р. Буев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. – 2004. – № 5. – С. 98–104. – (Естественные науки).
13. **Brandt E. H.** Type-II-superconductor strip with current in a perpendicular magnetic field / Brandt E. H., Indenbom M. // Phys. Rev. B. – 1993. – V. 48. – P. 12893.
14. **Zeldov, E.** Magnetization and transport currents in thin superconducting films / E. Zeldov, J. R. Clem., M. McElfresh, M. Darwin // Phys. Rev. B. – 1994. – V. 49. – P. 9802.

15. **Bean, C. P.** Magnetization of hard superconductors / C. P. Bean // Phys. Rev. Let. – 1962. – V. 8. – P. 250.
16. **Brandt, E. H.** Susceptibility of superconducting rings with and without flux creep / E. H. Brandt // Phys. Rev. B. – 1997. – V. 55. – P. 14513.
17. **Herzog, Th.** Experimental test of theories describing the magnetic AC-susceptibility of differently shaped superconducting films: rectangles, squares, disks, and rings patterned from YBaCuO-films / Th. Herzog, H. A. Radowan, P. Ziemann, H. Brandt // Phys. Rev. B. – 1997. – V. 56. – P. 2871.
18. **Buckel, W.** Supraleitung. 4. überarbeitete und ergänzte Auflage / W. Buckel. – VCH, 1989. – 335 s.
19. **Bujev, A. R.** Contactless method of studying of high-temperature superconductors, coherent oscillations of superconducting electrons / A. R. Bujev // Izvestija Wusov. Powolzhski Region. – 2004. – № 6. – P. 86–92.

---

**Суворова Людмила Алексеевна**  
аспирант, Марийский  
государственный университет  
(г. Йошкар-Ола)

E-mail: suv87l@mail.ru

**Suvorova Lyudmila Alexeevna**  
Postgraduate student,  
Mari State University (Yoshkar-Ola)

**Бувев Андрей Романович**  
доктор технических наук, профессор,  
декан физико-математического  
факультета, Марийский государственный  
университет (г. Йошкар-Ола)

E-mail: suv87l@mail.ru

**Buev Andrey Romanovich**  
Doctor of engineering sciences, professor,  
dean of the department of physics  
and mathematics, Mari State  
University (Yoshkar-Ola)

---

УДК 538.945

**Суворова, Л. А.**

**Модель процесса перехода поликристаллического высокотемпературного сверхпроводника в критическое состояние / Л. А. Суворова, А. Р. Бувев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2010. – № 3 (15). – С. 102–114.**